TALASI

Možemo reći da u klasičnoj fizici postoje dva različita pristupa izučavanju fizičkih procesa. Prvi je onaj koji smo do sada koristili, a tiče se materije (čestice ili tela) koja se kreće i u stanju je da prenosi energiju kroz prostor. Drugi pristup se tiče *talasa*, široke distribucije energije koja ispunjava prostor i to je ono što ćemo proučiti tokom ovog predavanja.

Talas predstavlja prenošenje nekog poremećaja, odnosno energije kroz prostor. Prema prirodi fizičkog procesa koji uzrokuje nastanak talasa, talasi mogu biti:

- *mehanički,*
- *elektromagnetni,*
- *materijalni,*
- *gravitacioni* (njihovo postojanje nije eksperimentalno potvrđeno).

Izvor mehaničkih talasa predstavlja mehanička deformacija u elastičnoj sredini u kojoj nastaju. Za njihovo prostiranje je neophodna materijalna (supstancijalna) sredina koja se karakteriše masom i elastičnim svojstvima, i oni se podvrgavaju Njutnovim zakonima mehanike. Kako za masu vezujemo kinetičku energiju, a za elastična svojstva potencijalnu, to, sa stanovišta energije, mehanički talas predstavlja pretvaranje kinetičke u potencijalnu energiju i obrnuto. Pri tom se čestice sredine zahvaćene talasom ne kreću kroz prostor, već samo osciluju oko svojih ravnotežnih položaja, prenoseći energiju sledećoj čestici sredine pobuđujući je na oscilovanje itd., pa tako oscilatorna energija putuje kroz prostor. U mehaničke talase spadaju talasi na površini vode, seizmički talasi u kori Zemlje, talas koji se prostire kroz zategnutu žicu, zvuk. Kroz različite sredine mehanički talasi se prostiru različitim brzinama.

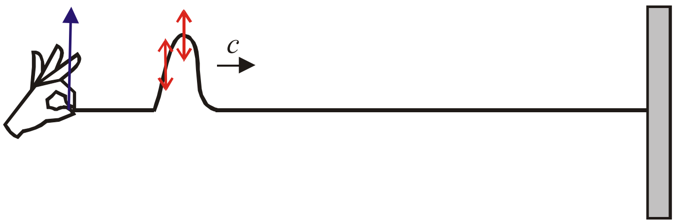
U elektromagnetne talase spadaju vidljiva svetlost, rendgenski zraci, radio talasi. Za njihovo prostiranje nije neophodno postojanje supstancijalne sredine, tj. oni se prostiru i kroz vakuum. Brzina svih elektromagnetnih talasa u vakuumu je ista i iznosi, približno, 3×10^8 m/s.

Pod određenim eksperimentalnim uslovima snopovi nekih čestica (npr. elektrona) manifestuju talasne osobine. Ovakvi, materijalni talasi, podvrgavaju se zakonima kvantne mehanike.

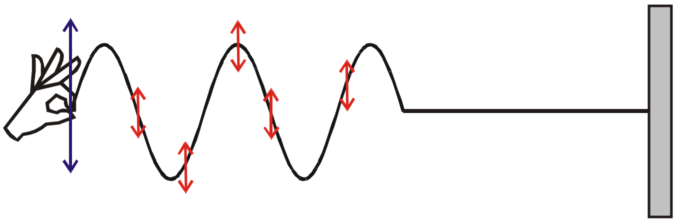
Ovom prilikom mi ćemo se zadržati na proučavanju samo mehaničkih talasa.

Prema pravcu oscilovanja čestice sredine zahvaćene mehaničkim talasom u odnosu na pravac prostiranja talasa, talase delimo na:

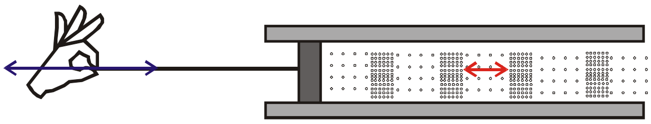
- transverzalne, kod kojih čestice sredine osciluju normalno na pravac prostiranja talasa (primer je prostiranje talasa kroz zategnuto uže na slici a i b), a njihovo prostiranje nije moguće u tečnostima i gasovima,
- longitudinalne, kod kojih čestice sredine osciluju u pravcu prostiranja talasa (primer je zvuk, slika c)
- kombinovane, kod kojih čestice istovremeno osciluju i u pravcu prostiranja talasa i normalno na taj pravac (primer su talasi na vodi i seizmički talasi).



(slika a: slanje impulsa duž zategnute žice. Plava strelica pokazuje oblik inicijalne deformacije, a crvene strelice pokazuju kako delić sredine osciluje zahvaćen talasom.)



(slika b: širenje transverzalnog talasa kroz zategnutu žicu.)



(slika c: longitudinalni talas formiran u cevi otvorenoj na jednom kraju koja je ispunjena vazduhom, pomeranjem napred- nazad klipa koji zatvara cev sa jedne strane. Deformacija koja se ovde prenosi kroz vazdušni stub je poremećaj pritiska vazduha u elementu zapremine.)

Prema delu prostora koji zauzimaju talasi su :

- jednodimenzioni, ili linijski (talas koji se prostire kroz zategnutu žicu),
- dvodimenzioni ili površinski (talas na površini vode)
- trodimenzioni ili zapreminski (zvuk).

Pre prelaska na proučavanje jednačine talasa i pojava vezanih za njihovo prostiranje definišimo, bez zalaženja u detaljnija objašnjenja, još nekoliko osnovnih pojmova koje ćemo kasnije koristiti.

Talasna površina predstavlja geometrijsko mesto tačaka u prostoru u kojima čestice osciluju sa istom fazom.

Talasni front predstavlja geometrijsko mesto tačaka u prostoru u kojima su čestice istovremeno zahvaćene talasnim procesom. Kod površinskih talasa talasni front je linija, dok je kod zapreminskih talasa to površina.

Zrak predstavlja normalu na talasni front.

Jednačina harmonijskog progresivnog (putujućeg) talasa

Izazvani poremećaj koji predstavlja izvor talasa može biti proizvoljnog oblika, pa samim tim i jednačina talasa (koja nam daje informaciju o elongaciji (y) čestice sredine koja zahvaćena talasom osciluje na nekom rastojanju *x* od izvora talasa u proizvoljnom trenutku *t*) može imati različite oblike. U opštem slučaju ona ima oblik:

$$y = f(ct - x),$$

za talas koji se prostire u smeru *x* ose i:

$$y = f(ct + x),$$

za talas koji se prostire u smeru suprotnom od smera *x* ose, gde je *c* – brzina prostiranja talasa.

Mi ćemo se u našem daljem proučavanju talasa ograničiti samo na *harmonijske* progresivne talase. Izvor ovakvog talasa je harmonijski oscilator čija je jednačina oscilovanja:

$$y = y_0 \sin(\omega t),$$

gde je y_0 njegova amplituda oscilovanja, a ω, ugaona frekvenca.

Čestica sredine koja se nalazi na rastojanju *x* od izvora talasa, kasni sa početkom oscilovanja za vreme t', koje je potrebno talasu da „pređe“ rastojanje *x* brzinom *c*, pa je jednačina oscilovanja te čestice sredine onda:

$$y = y_0 \sin[\omega(t - t')] = y_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = y_0 \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right) = y_0 \sin(\omega t - kx)$$

gde je:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{Tc} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

tzv. *talasni broj* ($[k] = \frac{1}{m}$), a λ je *talasna dužina*, odnosno put koji talas pređe za jedan period prostirući se brzinom *c*.

Imajući gornje izraze u vidu, dakle, *jednačina harmonijskog* progresivnog talasa može se napisati na tri ekvivalentna načina:

$$y = y_0 \sin(\omega t - kx),$$

$$y = y_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$y = y_0 \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Napravimo pregled fizičkih veličina koje karakterišu prostiranje harmonijskog progresivnog mehaničkog talasa kroz elastičnu sredinu:

- y – elongacija, odnosno udaljenje čestice sredine koja zahvaćena talasom osciluje od njenog ravnotežnog položaja. Jedinica je metar ($[y] = m$).
- y_0 - amplituda, odnosno maksimalno udaljenje čestice koja osciluje od ravnotežnog položaja ($[y_0] = m$).
- T – period, vreme za koje čestica izvrši jednu punu oscilaciju ($[T] = s$).
- ν - frekvenca – broj oscilacija čestice sredine u jedinici vremena i $\nu = \frac{1}{T}$, a $[\nu] = \frac{1}{s} = Hz$.
- ω - ugaona frekvenca, pri čemu $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ i $[\omega] = \frac{1}{s} = Hz$.
- λ - talasna dužina – put koji talas pređe za vreme jednako jednom periodu prostirući se brzinom *c*, $\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}$, odnosno najkraće rastojanje između dve čestice sredine koje su u istoj fazi oscilovanja. ($[\lambda] = m$).
- k - talasni broj, ili broj talasnih dužina na 2π metara rastojanja, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, pri čemu je $[k] = \frac{1}{m}$
- $(\omega t - kx)$ - faza, odnosno argument harmonijske funkcije.
- *c* – brzina prostiranja talasa, odnosno brzina prostiranja deformacije kroz prostor (naziva se još i fazna brzina).

Na kraju, naglasimo još i razliku između brzine prostiranja talasa i brzine oscilovanja čestice sredine koja je zahvaćena talasnim procesom, a koju možemo dobiti nalaženjem prvog izvoda talasne jednačine:

$$v = \frac{dy}{dt} = y_0\omega \cos(\omega t - kx) = v_0 \cos(\omega t - kx),$$

gde je v_0 – amplituda brzine, odnosno maksimalna brzina koju oscilujuća čestica ima (to je brzina koju ima prolazeći kroz ravnotežni položaj).

Nalaženjem izvoda izraza za brzinu možemo dobiti ubrzanje koje ima čestica sredine koja osciluje:

$$a = \frac{dv}{dt} = -y_0\omega^2 \sin(\omega t - kx) = -a_0 \sin(\omega t - kx)$$

(znak minus i u ovom slučaju govori o tome da je ubrzanje uvek usmereno ka ravnotežnom položaju čestice).

Brzina prostiranja talasa kroz različite sredine

Kroz čvrsta tela se prostiru i longitudinalni i transverzalni talasi. Brzina prostiranja longitudinalnih talasa može se naći iz:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

gde je E - Jungov modul elastičnosti čvrstog tela , a ρ njegova gustina.

Brzinu prostiranja transverzalnih talasa kroz čvrsta tela (npr. zategnutu žicu) nalazimo iz:

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$$

gde je F sila kojom je ta žica zategnuta, a μ je njena podužna masa, odnosno masa jedinice dužine žice.

Kroz fluide se prenose longitudinalni talasi. Ako je modul stišljivosti fluida B, a njegova gustina ρ, brzinu prostiranja talasa možemo naći iz:

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

dok brzinu prostiranja talasa kroz gasove nalazimo iz:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

gde je γ odnos specifičnih toplota za gas (adijabatska konstanta), R – univerzalna gasna konstanta, T je termodinamička temperatura gasa, a M je njegova molarna masa.

Pojave pri prostiranju talasa

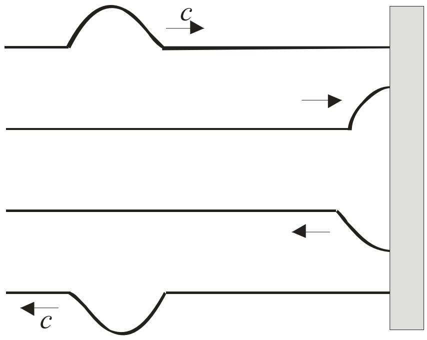
Pri prostiranju talasa mogu se javiti sledeće pojave:

- odbijanje (refleksija),
- prelamanje,
- interferencija
- difrakcija
- polarizacija.

Objašnjenje fizičkih procesa koji dovode do ovih pojava u nekim slučajevima je isto za vrste talasa (odbijanje, prelamanje, interferencija), nekada se razlikuje (difrakcija), a polarizacija je pojava koja je karakteristična za elektromagnetne talase, dok njoj ne podležu mehanički talasi. Pre prelaska na objašnjenje pojedinačnih pojava do kojih dolazi pri prostiranju talasa navedimo, bez detaljnog objašnjavanja, *princip superpozicije talasa*:
Ako se dva ili više talasa istovremeno prostiru kroz neku sredinu, rezultantna talasna funkcija je algebarski zbir talasnih funkcija pojedinačnih talasa, tj.:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Odbijanje talasa



Posmatramo najjednostavniji slučaj prostiranja transverzalnog talasa (u ovom slučaju impulsa) kroz zategnutu žicu (slika desno) pričvršćenu na jednom kraju. Činjenica da je žica pričvršćena na jednom kraju odgovara situaciji da progresivni talas nailazi na granicu dve sredine od kojih je jedna „gušća“, što znači da se mora promeniti brzina prostiranja talasa (u gušćoj sredini brzina prostiranja talasa je manja nego u ređoj). Sa slike vidimo da nakon odbijanja deformacija (impuls) menja smer, što znači da je došlo do promene faze za π. Naime, ako napišemo jednačine talasa u obliku:

$$\text{dolazeći talas} \quad y_1 = y_{01} \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_1\right] \quad \text{i}$$

$$\text{odlazeći talas} \quad y_2 = y_{02} \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_2\right]$$

stavljajući da je x=0 na površini zida i uzimajući u obzir da nema gubitaka energije, pa samim tim da nema ni promene amplitude ($y_{01} = y_{02}$), da važi princip superpozicije koji ćemo primeniti na mestu na kome je žica pričvršćena, pa onda mora biti $y_{rez} = y_1 + y_2 = 0$, dobijamo da je onda:

$$\sin(\omega t + \varphi_1) + \sin(\omega t + \varphi_2) = 0,$$

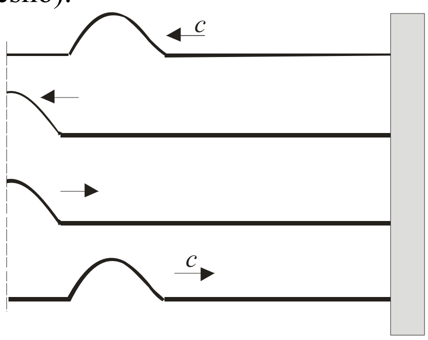
što je moguće samo ako je:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi,$$

pa zaključujemo da:

Pri odbijanju talasa na granici ređe sa gušćom sredinom dolazi do promene faze talasa za π.

Zamislimo sada kretanje talasa u suprotnom smeru (slika desno).



Slobodni kraj žice odgovara granici sa ređom sredinom, kroz koju talas može da se prostire većom brzinom. Na slobodnom kraju žice, dakle, javlja se uvećanje transverzalne deformacije (povećanje amplitude), što prouzrokuje ponovno kretanje talasa udesno i ne dolazi do promene faze, tj. $\varphi_1 = \varphi_2$. Zaključujemo da:

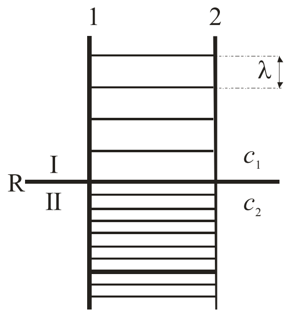
Pri odbijanju talasa na granici gušće sa ređom sredinom ne dolazi do promene faze talasa.

Dobra ilustracija ovog primera u praksi je „pucanj“ biča (povećanje amplitude na slobodnom kraju).

Sličnu analizu i iste zaključke možemo sprovesti i u slučaju longitudinalnih talasa.

Prelamanje talasa

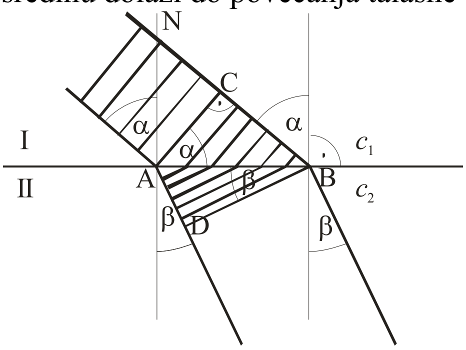
Kada talas dođe na graničnu površinu koja deli dve sredine različite gustine doći će do delimičnog odbijanja talasa, ali i do prelaska talasa u drugu sredinu.. Posmatrajmo jedan takav ravanski talas (slika dole) ograničen normalama (1 i 2) koji dolazi na graničnu ravan (R) između dve sredine (I i II).



Neka je sredina I ređa, a sredina II gušća, što znači da je brzina prostiranja talasa kroz sredinu I veća nego kroz sredinu II ($c_1 \rangle c_2$). Horizontalne linije između talasnih normala predstavljaju talasne frontove, a rastojanje između njih predstavlja talasnu dužinu talasa (λ). Pošto pri prelasku talasa iz jedne u drugu sredinu frekvencija ostaje nepromenjena, to znači da se mora promeniti talasna dužina, jer je:

$$c_1 \rangle c_2 \Rightarrow \nu_1\lambda_1 \rangle \nu_2\lambda_2 \qquad \text{i} \qquad \nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \lambda_1 \rangle \lambda_2 .$$

Dakle, pri prelasku talasa iz ređe u gušću sredinu dolazi do zgušnjavanja talasnog fronta, odnosno do smanjenja talasne dužine talasa. Takođe važi i obrnuto, pri prelasku talasa iz gušće u ređu sredinu dolazi do povećanja talasne dužine talasa.



Posmatrajmo sada isti ravanski talas koji pada na graničnu ravan koja razdvaja ređu (I) od gušće (II) sredine pod nekim uglom α prema normali (N). Talasni front AC ne stiže u istom trenutku na granicu dve sredine. Za vreme za koje jedan deo talasnog fronta prelazi rastojanje CB u sredini I prostirući se brzinom c_1, drugi deo istog talasnog fronta prelazi rastojanje AD u sredini II prostirući se brzinom c_2, pri čemu je $c_1 \rangle c_2$. Zbog ovoga dolazi do lomljenja talasnog fronta. Slikovito ovo možemo predstaviti frontom vojnika koji maršira istim tempom (frekvencom) u uređenim vrstama između kojih je isto rastojanje (talasna dužina) i koji nailazi pod izvesnim uglom α na duboku vodenu prepreku (sredina II). Pošto tempo njihovih koraka mora ostati nepromenjen (frekvenca talasa se ne menja pri prelasku u drugu sredinu), a voda pruža veći otpor kretanju, to dužina koraka onog dela vrste koji je prešao u vodu postaje kraća u odnosu na korak onog dela koji još uvek maršira na suvom. To dovodi do lomljenja vrste i poredak vojnika će biti ponovo ispravan tek kada vojnik C stigne u tačku B. Posle toga svi vojnici koračaju kroz vodu kraćim koracima, pa su im vrste zgusnute (smanjila se talasna dužina).

Možemo da zaključimo da kada talas padne na granicu dve sredine različite gustine dolazi do promene njegovog pravca prostiranja, odnosno do promene ugla između pravca zraka i normale na graničnu površinu. Ugao α nazivamo *upadnim uglom*, a ugao β *prelomnim uglom*. Razmotrimo kakav je odnos između ova dva ugla pomoću gornje slike. Za vreme dok talas „pređe“ rastojanje $\overline{CB}$ kroz sredinu I brzinom c_1, u sredini II će „preći“ rastojanje $\overline{AD}$, brzinom c_2, pa je:

$$t = \frac{\overline{CB}}{c_1} = \frac{\overline{AD}}{c_2} \Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AD}}$$

Takođe se vidi da iz pravouglih trouglova ΔACB i ΔADB sledi:

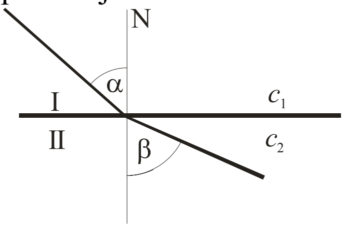
$$\sin\alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} \qquad \text{i} \qquad \sin\beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AD}}$$

što zamenom u gornji izraz daje:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}$$

gde je $n_{1,2}$ indeks prelamanja između sredine I i II.

Gornji izraz predstavlja *zakon prelamanja talasa*, a njegov dopunski stav kaže da upadni, prelomljeni zrak i normala leže u istoj ravni.



Iz zakona prelamanja talasa je jasno da pri prelasku talasa iz ređe u gušću sredinu, talas se prelama *„ka normali“*, odnosno tako da je $\beta\langle\alpha$, jer je i $c_2\langle c_1$. Obrnuto, kada talas prelazi iz gušće u ređu sredinu ($c_1\langle c_2$) prelama se „*od normale*“, odnosno tako da je $\beta\rangle\alpha$, što je predstavljeno na slici levo.

<u>Interferencija talasa</u>

U nekoj sredini može postojati više izvora talasa. Iz svakog izvora se talas prostire nezavisno jedan od drugog u skladu sa svojom talasnom jednačinom, ne utičući jedan na drugog (svedoci smo postojanja talasnih signala mnogobrojnih televizijskih ili radio stanica koji nezavisno pristižu do antenskih prijemnika). Sa druge strane, istakli smo činjenicu da čestica sredine pogođena nekim talasom biva pobuđena na oscilovanje. Ukoliko je izložena dejstvu više talasnih procesa, onda će njeno oscilovanje biti rezultanta uslovljena slaganjem pojedinačnih oscilacija, u skladu sa pravilima koje smo ranije proučili (predavanje 9), a ovu pojavu nazivamo *interferencija talasa*. Pojava interferencije se sastoji u tome da se u pojedinim tačkama prostora oscilacije pojačavaju, a u drugim, slabe.

Radi ilustracije razmotrimo jedan primer interferencije dva talasa iste amplitude i frekvence, između kojih postoji fazna razlika φ. Jednačine tih talasa su:

$$y_1 = y_0 \sin(\omega t - kx + \varphi),$$
$$y_2 = y_0 \sin(\omega t - kx)$$

Koristeći dobro poznati izraz: $\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ dobijamo:

$$y = y_1 + y_2 = y_0[\sin(\omega t - kx + \varphi) + \sin(\omega t - kx)] = 2y_0 \sin(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2})\cos\frac{\varphi}{2}$$

Pošto znamo da amplituda ne zavisi od vremena (član u ugaonoj zagradi)

$$y = \left[2y_0 \cos\frac{\varphi}{2}\right]\sin\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right)$$

zaključujemo da je rezultujući talas takođe sinusoidan i da se od interferirajućih talasa razlikuje kako u amplitudi, tako i u fazi (za $\frac{\varphi}{2}$).

Ukoliko se dolazeći talasi ne razlikuju u fazi ($\varphi = 0$), onda je:

$$y = 2y_0 \sin(\omega t - kx),$$

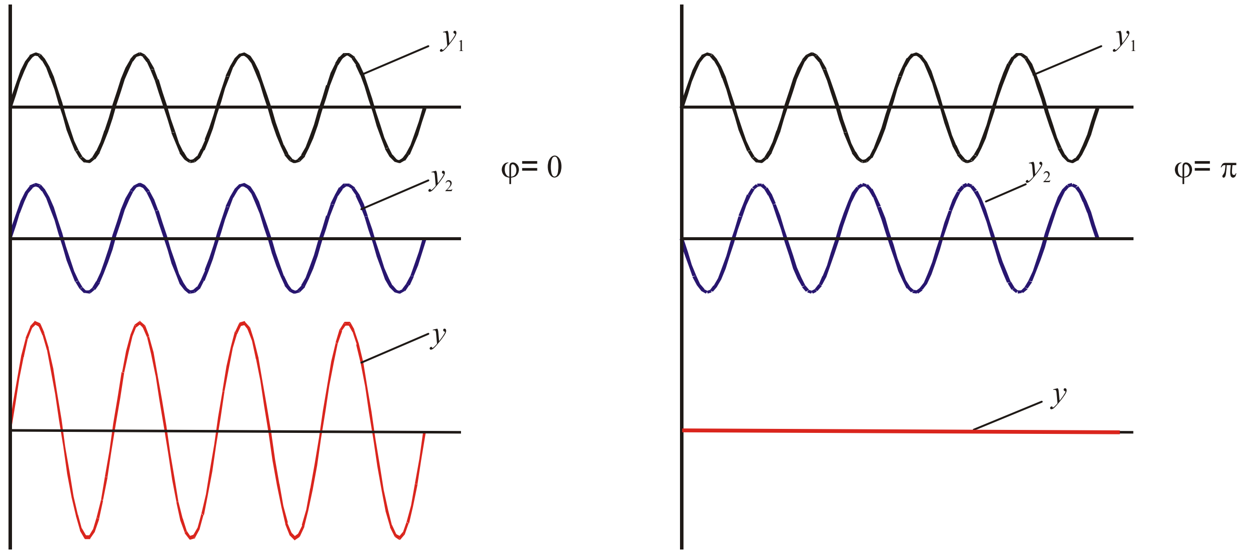
što znači da je rezultujući talas dvostruko veće amplitude i ovo predstavlja slučaj *potpuno konstruktivne interferencije.*

Ukoliko su dolazeći talasi u kontrafazi ($\varphi = \pi$), onda:

$$y = 0,$$

što predstavlja *potpuno destruktivnu interferenciju*.

Ova dva granična slučaja su predstavljena na slikama dole.



(Odgovorite na pitanje: *kojoj faznoj razlici odgovara slučaj da je amplituda rezultujućeg talasa jednaka amplitudi interferirajućih talasa?*)

<u>Stojeći talasi</u>

Stojeći talasi mogu nastati interferencijom dva (ili više) progresivna talasa ili odbijanjem talasa od gušće sredine.

- Razmotrimo prvo slučaj formiranja stojećeg talasa interferencijom. Posmatrajmo dva talasa jednake amplitude i frekvence koji se prostiru u suprotnim smerovima:

$$y_1 = y_0 \sin(\omega t - kx)$$
$$y_2 = y_0 \sin(\omega t + kx)$$

Njihovom interferencijom dobijamo talas:

$$y = y_1 + y_2 = y_0[\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx)] = 2y_0 \sin\frac{\omega t - kx + \omega t + kx}{2} \cos\frac{\omega t - kx - \omega t - kx}{2} \Rightarrow$$
$$y = 2y_0 \cos kx \sin \omega t$$

što predstavlja *jednačinu stojećeg talasa.*

Pošto je faza onaj argument trigonometrijske funkcije koji zavisi od vremena, vidimo da je u ovom slučaju to ωt, što, dakle, znači da kod stojećeg talasa faza ne zavisi od položaja čestice sredine zahvaćene talasnim procesom kao što je to bio slučaj kod progresivnih talasa. To znači da svi delići sredine istovremeno prolaze kroz amplitudne položaje, ravnotežne položaje itd. Slično, zaključujemo da postoji još jedna bitna razlika između stojećih i progresivnih talasa. Naime, kod stojećih talasa amplituda je $2y_0 \cos kx$, što znači da zavisi od položaja čestice i da različiti delići sredine zahvaćeni talasom (različito x) osciluju različitom amplitudom.

- Razmotrimo sada slučaj formiranja stojećih talasa pri odbijanju od gušću sredinu, gde zapravo interferiraju upadni i odbijeni talas. Kako smo već videli, pri ovakvom odbijanju talasa dolazi do promene faze za π, pa možemo da napišemo:

$$y_1 = y_0 \sin(\omega t - kx)$$
$$y_2 = y_0 \sin(\omega t + kx + \pi) = -y_0 \sin(\omega t + kx)$$

pa je (koristeći $\sin A - \sin B = 2\sin\frac{A-B}{2}\cos\frac{A+B}{2}$):

$$y = y_1 + y_2 = 2y_0 \sin(-kx)\cos\omega t \Rightarrow$$

$$y = -2y_0 \sin kx \cos \omega t$$

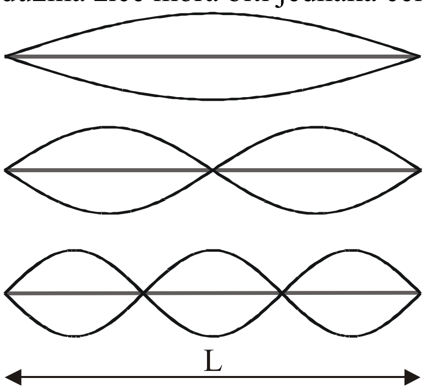
jednačina talasa u kojoj je $2y_0 \sin kx$ amplituda talasa, a $\cos\omega t$, faza talasa.

Kao što možemo videti, amplituda može uzimati vrednost od 0 (čvor stojećeg talasa), do $2y_0$ (trbuh stojećeg talasa), pri čemu je rastojanje između dva susedna čvora ili dva susedna trbuha jednako $\frac{\lambda}{2}$. Na mestu odbijanja od gušće sredine uvek se nalazi čvor stojećeg talasa (učvršćenje žice, vazdušna cev zatvorena na jednom kraju i sl., dok su trbusi tamo gde je slobodni kraj žice ili otvoreni kraj vazdušne cevi). Čvorovi i trbusi imaju uvek isti položaj u prostoru i otud i potiče naziv stojećih talasa.

Na mestu odbijanja talasa faze upadnog i odbijenog talasa se razlikuju za π, pa su elongacije jednake sa suprotnim znakom. Ako bi odbijeni talas ponovo naišao na prepreku, odbio bi se i faza bi mu se promenila, tako da se razlikuje od faze prva dva talasa, a to bi se ponovo i nakon novog odbijanja. Posmatrajući ovakva uzastopna odbijanja videli bismo ubrzo da imamo talase „svih mogućih faza“ što bi dovelo do toga da u srednjem elongacija bude nula, odnosno da se svi talasi međusobno ponište. Ovo se može izbeći jedino u slučaju da neki novoodbijeni talas ima istu fazu sa nekim prethodnim talasom, a to se može ostvariti jedino u slučaju da se odbijanja dešavaju na tačno određenim rastojanjima, koja odgovaraju tačno određenom broju polovina talasnih dužina. Zbog svih ovih uslova nije moguće da se stvore stojeći talasi bilo kojih frekvenci već tačno određenih, tzv. *sopstvenih* ili *rezonantnih* frekvenci. Koliko iznose tačno rezonantne frekvence zavisi od tipa odbijanja, odnosno od vrste ograničene sredine i mi ćemo kao primer navesti neke od njih.

<u>Primer 1</u>: *Žica učvršćena na oba kraja ili vazdušna cev zatvorena na oba kraja ili cev otvorena na oba kraja*

Na krajevima učvršćene zategnute žice moraju se nalaziti čvorovi jer je tu žica nepokretna, tako da dužina žice mora biti jednaka celobrojnom umnošku polovina talasnih dužina.



$$L = \frac{\lambda_1}{2} = 1\frac{\lambda_1}{2}$$

$$L = \lambda_2 = 2\frac{\lambda_2}{2}$$

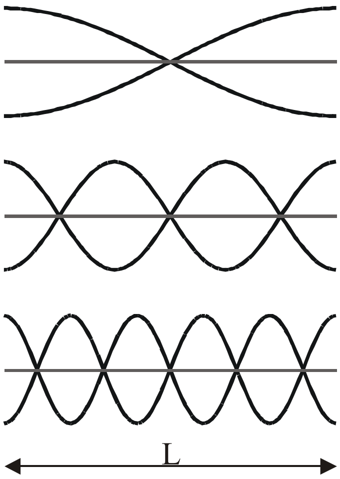
$$L = \frac{3\lambda_3}{2} = 3\frac{\lambda_3}{2}$$

....

Dakle: $L = n\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} \Rightarrow \nu_n = \frac{c}{\lambda_n} \Rightarrow$

$$\nu_n = n\frac{c}{2L}, \qquad n = 1,2,3,...$$

Primer 2: *Žica učvršćena na sredini*



$$L = 2\frac{\lambda_1}{4} = 1\frac{\lambda_1}{2}$$

$$L = 6\frac{\lambda_2}{4} = 3\frac{\lambda_2}{2}$$

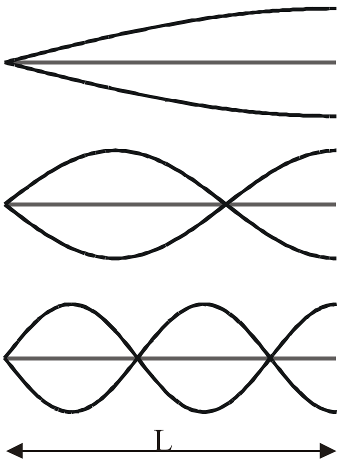
$$L = 10\frac{\lambda_3}{4} = 5\frac{\lambda_3}{2}$$

....

$$L = (2n-1)\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{2n-1} = \frac{c}{\nu_n} \Rightarrow$$

$$\nu_n = \frac{(2n-1)c}{2L}, \qquad n = 1,2,3,...$$

Primer 3: *Žica učvršćena na jednom kraju ili cev zatvorena na jednom kraju*



$$L = 1\frac{\lambda_1}{4}$$

$$L = 3\frac{\lambda_2}{4}$$

$$L = 5\frac{\lambda_3}{4}$$

....

$$L = (2n-1)\frac{\lambda_n}{4} \Rightarrow \lambda_n = \frac{4L}{2n-1} = \frac{c}{\nu_n} \Rightarrow$$

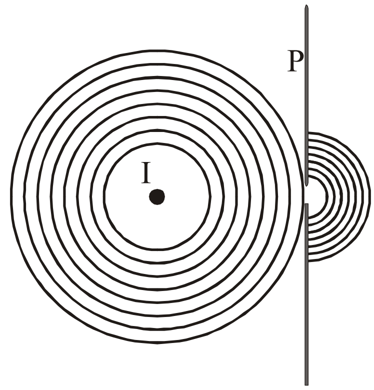
$$\nu_n = (2n-1)\frac{c}{4L}, \qquad n = 1,2,3,...$$

Za n=1, gornji izrazi daju frekvence tzv. *osnovnih harmonika*, a za n>1, dobijamo frekvence viših harmonika.

Difrakcija talasa

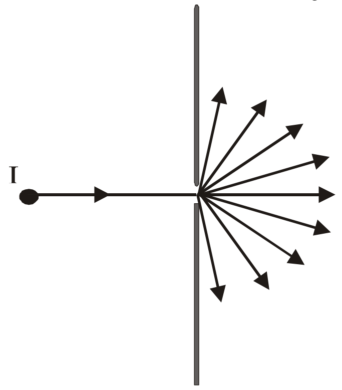
Zadržaćemo se samo na opisu difrakcije kod zvuka, obzirom da je fizičko objašnjenje ove pojave u slučaju elektromagnetnih talasa nešto složenije i zahteva komplikovaniju analizu. Da bismo objasnili pojavu difrakcije zvuka navešćemo prvo *Hajgensov princip*.

Na površinskim talasima na vodi lako možemo uočiti sledeću pojavu: ako na put talasa stavimo neku prepreku koja ima malu pukotinu, videćemo da će se posle te pukotine talasi širiti u koncentričnim krugovima (slika desno, gde je sa I označen izvor površinskih talasa na vodi, a sa P je označena prepreka postavljena na vodu).Na osnovu ove pojave Hajgens je formulisao svoj princip:



Svaka tačka sredine pogođena nekim talasom i sama postaje izvor novog talasa.

To znači da jedan makroskopski talas koji se prostire kroz neku sredinu možemo smatrati rezultatom prostiranja velikog broja elementarnih talasa koji potiču od svake čestice sredine koja je bila zahvaćena talasnim procesom.



Ako prostiranje talasa predstavimo pomoću zraka (normale na talasni front), to znači da nakon otvora, talasne normale se „rasipaju" radijalno, odnosno, da dolazi do njihovog rasejanja. Ovo skretanje talasnih normali se naziva *difrakcija talasa*.
Ovo je pojava zahvaljujući kojoj je moguće čuti zvuk koji dolazi iza ugla zgrade, na primer ili govor nekoga ko stoji iza otvorenih vrata. Recimo još samo da zvuk više frekvence (manje talasne dužine) manje podleže difrakciji od nižih tonova (pitanje: *ako stojite iza neke zgrade i očekujete nailazak orkestra, koje ćete instrumente prvo čuti?*)

Zvuk

Zvuk je longitudinalni mehanički talas koji se prostire kroz čvrste, tečne i gasovite sredine, a čija se frekvenca kreće u granicama osetljivosti čula sluha, što znači od 20 Hz, do 20000Hz. Inače, osetljivost ljudskog uha je najveća na frekvencijama od dve do tri hiljade Hz, mada je to individualna osobina i menja se tokom života. Kao izvor zvuka mogu poslužiti razni oscilujući predmeti (oscilovanje žice na gitari ili violini, oscilovanje membrane kao kod bubnja ili zvučnika, oscilovanje vazdušnog stuba, kao kod flaute, oboe i slično, mada se najčešće radi o kombinacijama, kao u slučaju gitare gde osim žica u oscilovanju učestvuje i drveno telo gitare).

Talasi čija je frekvenca ispod 20Hz pripadaju oblasti koja se zove *infrazvuk* (zemljotresi, podrhtavanja zbog saobraćaja i sl.), a oni čija je frekvenca iznad 20 KHz, pripadaju oblasti ultrazvuka.

Inače kod zvuka razlikujemo čist ton, muzički ton i šum. Čist ton predstavlja harmonijski talas (čisto sinusoidan, npr.) koji sadrži samo jednu frekvencu. Muzički ton je periodičan talas koji se sastoji od više harmonijskih talasa, različitih frekvenci i amplituda, a spektar frekvenci je diskretan. Šum se takođe sastoji od velikog broja harmonijskih talasa, ali je spektar prisutnih frekvenci kontinualan (prisutne su sve moguće frekvence). Visina tona zavisi od najniže frekvence (frekvence osnovnog harmonika), dok boja tona zavisi od broja viših harmonika, frekvencije i intenziteta viših harmonika.

Nauka koja se bavi zvukom se naziva *akustika*.

Poslednjih decenija su zvučni talasi našli široku primenu u različitim ljudskim delatnostima. U podmornicama se koriste sonari, uređaji pomoću kojih se, na principu detekcije reflektovanog zvuka, registruje prisustvo drugih plovnih objekata, snima reljef morskog dna i slično *(kojoj frekventnoj oblasti pripadaju ti talasi?)*, a savremeni ribarski brodovi ne mogu se zamisliti bez uređaja koji na istom principu registruje prisustvo jata riba. Geološka istraživanja obuhvataju takođe korišćenje zvuka radi otkrivanja prisustva nafte i zemnog gasa ili podzemnih voda, obzirom da se kroz ove sredine ne prostiru transverzalne, kao kroz čvrsto tlo , već samo longitudinalne deformacije, čijim registrovanjem biva potvrđeno njihovo prisustvo. U mikroprocesorskoj industriji koriste se i akustični mikroskopi koji rade na frekvencama reda 4 GHz, i kojima je moguće detektovati greške na mikročipovima nastale u procesu njihove proizvodnje. Najrasprostranjenija, međutim, primena je ultrazvuka u medicini, pre svega u dijagnostici, gde se pomoću refleksije ultrazvučnih talasa dobijaju slike unutrašnjih organa.

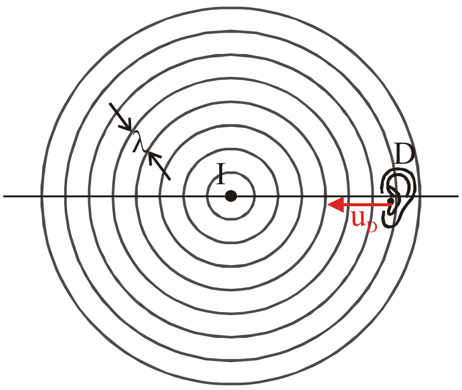
Doplerov efekat u akustici

Ako stojite pored policijskog vozila čija sirena emituje zvuk frekvence 1 KHz, čućete zvuk iste frekvence, međutim, ako se približavate svojim automobilom tom vozilu, čućete zvuk više, a ako se udaljavate, zvuk niže frekvence. Promena u frekvenci koju čujete je posledica kretanja vas, kao detektora, u odnosu na izvor zvuka (policijsko vozilo) i ta pojava se naziva *Doplerov efekat*.

Doplerov efekat je pojava kojoj podležu svi talasi, mehanički i elektromagnetni i to iz čitavog spektra (i radiotalasi i mikrotalasi), mada ćemo se mi u okviru ovog predavanja baviti isključivo Doplerovim efektom u akustici. To je takođe pojava koja ima široku primenu u različitim oblastima, od istraživanja svemira do policijskog radara kojima se utvrđuje prekoračenje dozvoljene brzine kretanja ili pokretnih vrata na samoposlugama, čiji su zvučni detektori osetljivi na kretanje. Nepomični detektor koji se nalazi u orbiti zajedno sa veštačkim satelitom na kome se nalazi izvor radio signala, detektuje najveću promenu frekvence uslovljenu kretanjem satelita direktno prema njemu ili od njega, dok detektor smešten u centar Zemlje ne bi detektovao nikakve promene zbog toga što nema radijalne komponente brzine izvora u odnosu na njega. Prijemnik smešten „negde između“ bi registrovao promene u frekvenci, a veličina te promene bi zavisila od njegovog položaja u odnosu na centar Zemlje. Ovakva satelitska merenja su iskorišćena za određivanje visine nekih planinskih vrhova, ali se koriste i za utvrđivanje položaja nestalih plovnih objekata ili aviona u nepristupačnim predelima.

U našem razmatranju Doplerovog efekta u akustici ograničimo se na situaciju da je kretanje izvora zvuka (I) i prijemnika – detektora (D) moguće samo duž pravca koji ih spaja. Takođe, pretpostavimo da nema vetra, odnosno, da je sredina kroz koju se prostire zvučni talas, nepomična. Ukoliko su i izvor i detektor talasa nepomični, onda detektor registruje zvuk iste frekvence koju je izvor emitovao. Razmotrimo tri slučaja:

- *Izvor talasa miruje, a detektor se kreće brzinom* u_D



Neka nepokretni izvor sa slike levo emituje zvučni signal frekvence ν_0. Rastojanje između linija talasnog fronta je ekvidistantno i jednako talasnoj dužini emitovanog signala, tj. $\lambda = \frac{c}{\nu_0}$, gde je c brzina prostiranja talasa kroz posmatranu sredinu. Detektor (D) se kreće prema izvoru brzinom u_D. To je potpuno ista situacija kao da detektor miruje, a da se zvučni talasi približavaju brzinom koja je veća od brzine prostiranja talasa za u_D. Onda je frekvenca zvuka koju registruje detektor:

$$\nu = \frac{c + u_D}{\lambda} = \frac{c + u_D}{\frac{c}{\nu_0}} \Rightarrow \nu = \nu_0 \left(1 + \frac{u_D}{c}\right)$$

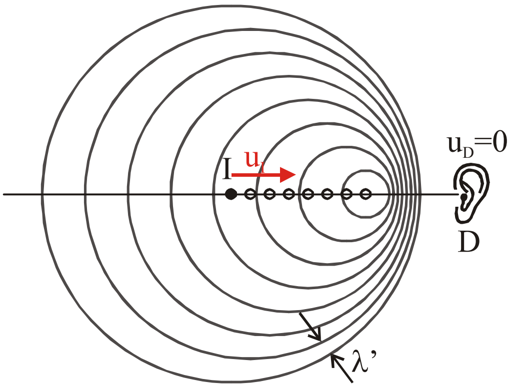
U slučaju da se detektor udaljava, registruje frekvencu: $\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u_D}{c}\right)$

Objedinjavanjem poslednja dva izraza možemo napisati:

$$\nu = \nu_0\left(1 \pm \frac{u_D}{c}\right) \qquad (*)$$

gde se znak plus koristi u slučaju približavanja, a znak minus u slučaju udaljavanja detektora od izvora zvuka.

- *Izvor zvuka se kreće, detektor miruje*



Efekat približavanja izvora zvuka detektoru koji miruje ogleda se u smanjivanju talasne dužine zvuka (zgušnjavanju talasnog fronta) u toku jednog perioda za rastojanje koje izvor pređe brzinom u_I za to vreme, tj.:

$$\lambda' = \lambda - u_I T = \frac{c}{\nu_0} - \frac{u_I}{\nu_0}.$$

Ukoliko se izvor udaljava od detektora, registruje se uvećanje talasne dužine u toku svakog perioda, odnosno:

$$\lambda' = \lambda + u_I T = \frac{c}{\nu_0} + \frac{u_I}{\nu_0}$$

To znači da će detektor registrovati zvuk frekvence:

$$\nu = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\dfrac{c \mp u_I}{\nu_0}} \Rightarrow$$

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 \mp \dfrac{u_I}{c}}, \qquad (**)$$

gde se znak minus koristi u slučaju približavanja, a znak plus u slučaju udaljavanja izvora od detektora zvuka.

- *Kreću se i izvor i detektor zvuka*

Čemu će biti jednaka frekvenca zvuka koju „čuje“ detektor lako ćemo dobiti kombinovanjem gornjih izraza (*) i (**) vodeći računa o predznacima ispred brzine izvora, odnosno detektora. Tako dobijamo:

$$\nu = \nu_0 \frac{c \pm u_D}{c \mp u_I}$$